**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA**

**FACULTAD DE INGENIERIA ECONÓMICA Y CIENCIAS SOCIALES**

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA ESTADISTICA

# PROBLEMAS DE ALGEBRA LINEAL 1 -VECTORES, RECTAS Y PLANOS

1. Sean $\vec{a}, \vec{b}\ y\ \vec{c}$ vectores tales que $\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} = \bar{0}$ ,$|\bar{a}| = 3$ , $|\bar{b}| = 1$ ,$|\bar{c}| = 4$ hallar: $\bar{a}.\bar{b}.+\bar{a}.\bar{c} + \bar{b}.\bar{c}$
2. Sean $\vec{a}, \vec{b}\ y\ \vec{c}$ vectores, demostrar que: $(\bar{a}.\bar{c})\bar{b} - (\bar{a}.\bar{b})\bar{c}$ es perpendicular al vector $\bar{a}$
3. Demostrar que: $\bar{b} - \frac{(\bar{a}.\bar{b})}{|a|}\bar{a}$ es perpendicular al vector $\bar{a}$
4. Hallar $2\bar{c}.\bar{d}$., si $\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + \bar{d} = \bar{0}$ ,$|\bar{a} + \bar{b}| = 6$ , $|\bar{c}| = 3$ ,$|\bar{d}| = 4$
5. Demostrar : $\begin{cases} \bar{a},\ \bar{b}\ \in R^2:\ \bar{a}.\bar{b} = |\bar{a}|\ |\bar{b}| \cos\theta , 0 < \vartheta < \pi \\ \bar{a},\ \bar{b}\ \in R^3: \|\bar{a}x\bar{b}\| = \|\bar{a}\|\|\bar{b}\| \sin\theta , 0 < \vartheta < \pi \\ \bar{a},\ \bar{b}\ \in R^3: \|\bar{a}\ x\bar{b}\|^2 = \|\bar{a}\|^2\|b\|^2 - (\bar{a}.\bar{b})^2 \end{cases}$
6. Sean $\vec{a}, \vec{b}$ vectores de $R^3$,demostrar que: $\left||\bar{a}x\bar{b}|\right| \leq ||\bar{a}||\, \left||\bar{b}|\right|$
7. Hallar $\|(3\bar{a} - \bar{b})x(\bar{a} - 2\bar{b})\|$ ,si $\bar{a}$ es ortogonal a $\bar{b}$ y $\|\bar{a}\| = 3$, $\|\bar{b}\| = 4$
8. Sean $\vec{a}, \vec{b}$ vectores de $R^3$,demostrar que:
   $$\left||\bar{a}x\bar{b}|\right| = ||\bar{a}||\, \left||\bar{b}|\right|\ si\ y\ solo\ si\ \bar{a}\ es\ ortogonal\ a\ \bar{b}$$
9. Sean $\vec{A}, \vec{B}\ y\ \vec{C}$ vectores en $R^3$, hallar
   $(\bar{A}\, x\, \bar{B})x\bar{C} + (\bar{B}\, x\, \bar{C})x\bar{A} + (\bar{C}\, x\, \bar{A})x\bar{B} + (\bar{A}\, x\, \bar{A})\bullet(\bar{A}\, x\, \bar{B})$
10. Sean $\vec{a}\ ,\vec{b}\ y\ \vec{c}$ vectores, determinar si el conjunto $\{\bar{a}x\bar{b}\ ,\ \ \bar{a}\ ,\bar{b}\ \}$ ,es L.D o es L.I
11. Sean $\vec{a}\ ,\vec{b}\ y\ \vec{c}$ vectores no paralelos entre si, determinar si el conjunto $\{proy_{\bar{b}}\bar{a}, proy_{\bar{a}}\bar{b}\ ,\ \ proy_{\bar{a}}\bar{c}\ \}$ ,es L.D o es L.I
12. Si $proy_{\bar{b}}\bar{a} = (7,3,5)$ y $proy_{\bar{a}}\bar{b} = (-8,4,2)$,hallar los vectores $\vec{a}\ \ y\ \vec{b}$
13. Sean $\vec{A}, \vec{B}\ y\ \vec{C}$ vectores en $R^3$, demostrar
    $(\bar{A}\, x\, \bar{B}).(\bar{C}\, x\, \bar{D}) = (\bar{A}.\bar{C})(\bar{B}.\bar{D}) - (\bar{A}.\bar{D})(\bar{B}.\bar{C})$
14. Sean $\vec{A}, \vec{B}\ y\ \vec{C}$ vectores en $R^3$, demostrar: $(\bar{A}\, x\, \bar{B}).(\bar{B}\, x\, \bar{C})x(\bar{C}\, x\, \bar{A}) = (A.(\bar{B}\, x\, \bar{C}))^2$
15. Las aristas de un paralelepípedo son paralelos a los vectores $\vec{a} = (1;0;0), \vec{b} = (2;3;0)\ y\ \vec{c} = (-4;-5;-6)$. Si una de sus diagonales es el vector $\vec{m} = (0;-4;-12)$ ,hallar el volumen del paralelepípedo.
16. Sean $\vec{a}\ ,\vec{b}\ \ los$ vectores,$\bar{a}$=$(2, -1,3)$ y $\bar{b}$=$(4, -1,2)$,expresar $\vec{a}$ como la suma de un vector paralelo a $\vec{b}$ Y un vector ortogonal a $\vec{b}$

17. Hallar la ecuación del plano que pasa por el origen de coordenadas y cuyo vector normal es $n = \{5;0;-3\}$

18. Hallar la ecuación del plano que pasa por el punto $M_1(3;4;-5)$ y es paralelo a los dos vectores $a_1 = \{3;1;-1\}$ $y$ $a_2 = \{1,-2;1\}$

19. Hallar la ecuación del plano que pasa por tres puntos:
$M_1 = (3;-1;2), M_2 = (4;-1;-1)$ $y$ $M_3 = (2;0,2)$

20. Hallar la ecuación del plano que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a los dos planos:
$2x - y + 3z - 1 = 0, \quad x + 2y + z = 0$

21. Hallar la ecuación del plano que pasa por el punto $M_1(2;-1;1)$ y es perpendicular a los dos planos:
$2x - z + 1 = 0, \quad y = 0$

22. Hallar la ecuación del plano que pasa por dos puntos $M_1(1;-1;-2)$ $y$ $M_2(3;1;1)$ y es perpendicular al plano: $x - 2y + 3z - 5 = 0$

23. La ecuación general del plano $P: Ax + By + Cz + D = 0$ y un punto $M = (x_1, y_1, z_1)$ ,que no pertenece al plano ,demostrar que la distancia del punto M al plano P es dado por

$$d(M,P) = \frac{|Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

24. Hallar la distancia entre las rectas paralelas $\vec{a}$ $L_1 = \{P_0 + t\vec{a} \,/\, t \in R\}, L_2 = \{Q_0 + s\vec{b} \,/\, s \in R\}$ ,si $\vec{a} = s\vec{b}$

25. Hallar la distancia entre dos rectas que se cruzan

26. Hallar los puntos de intersección de la recta
$$\begin{cases} 2x + y - z - 3 = 0, \\ x + y + z - 1 = 0 \end{cases}$$
Con los planos coordenados

27. Hallar las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto $M_1(1;-1;-3)$ y es paralela
    a) Al vector $a = \{2,-3;4\}$
    b) A la recta $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{5} = \dfrac{z+1}{0}$
    c) A la recta $x = 3t - 1,\ y = -2t + 3,\ z = 5t + 2$

28. Hallar el punto de intersección de la recta y el plano:

$$L: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6}, \quad P: 2x + 3y + z - 1 = 0$$

29. Hallar la ecuación del plano que pasa por el punto $M_0(1;-1;-1)$ y es perpendicular a la recta
$\frac{x+3}{2}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+2}{4}$

30. ¿Para qué valor de *m* la recta $\frac{x+1}{3}=\frac{y-2}{m}=\frac{z+3}{-2}$ es paralela al plano $x-3y+6z+7=0$

31. ¿Para qué valores de *A* y *B* el plano $Ax+By+3z-5=0$ es perpendicular a la recta
$x=3+2t,\ y=5-3t,\ z=-2-2t$

32. ¿Para qué valores de $l$ y $C$ la recta $\frac{x-2}{l}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-5}{-3}$ es perpendicular al plano $3x-2y+Cz+1=0$

33. Hallar la proyección del punto $P(2;-1;3)$ sobre la recta $x=3t,\ y=5t-7,\ z=2t+2$

34. Hallar la ecuación del plano que pasa por el punto $M_1(1;2;-3)$ y es paralelo a las rectas
$\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-7}{3},\quad \frac{x+5}{3}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+3}{-1}$

35. Hallar la ecuación del plano que pasa por la recta $x=2t+1,\ y=-3t+2,\ z=2t-3$ y por el punto
$M_1(2;-2;1)$

36. Demostrar que las rectas $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-5}{4}$ $y$ $x=3t+7,\ \ y=2t+2,\ \ z=-2t+1$ están en un plano y hallar la ecuación de este plano.

37. Hallar la ecuación del plano que pasa por la recta $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-2}{2}$ y es perpendicular al plano
$3x+2y-z-5=0$

38. Hallar la proyección ortogonal de la recta $L_1=\{(2+t,1-3t,-5t)/t\in R\}$ sobre el plano
$P_1: 2x-y+z=1$

39. Hallar la ecuación del plano que pasa por el punto $Q=(3,4,1)$ y es ortogonal a los planos
$P_1: x-y=4$ y $P_2: x+z=6$

40. Hallar un punto simétrico a $M(3;2;1)$ ,con respecto a la recta $L=\{(1+2t,2+3t,1+2t\sqrt{3})/t\in R\}$

41. Hallar la longitud de la proyección del segmento determinado por $P=(1,2,3)$ y $Q=(2,1,2)$ ,sobre la recta $L=\{(1,3+3t,1+4t)/t\in R\}$

42. Hallar los puntos sobre la recta $L=\{(x,y,z)/x=y=z\}$ ,tales que junto con el punto $P=(0,0,2)$ Determina un triángulo equilátero

UNI- NOVIEMBRE DEL 2024